

# Jean-Jacques Rousseau

- Abhandlung über den Ursprung und die Grundlagen der Ungleichheit unter den Menschen (1755)
  - „Der erste, welcher ein Stück Landes umzäunte, sich in den Sinn kommen ließ zu sagen: dieses ist mein, und einfältige Leute antraf, die es ihm glaubten, der war der wahre Stifter der bürgerlichen Gesellschaft.“
- Privateigentum (Eigentumsrechte) als zentrale Ursache der Ungleichheit
  - Wer mehr Produktionsfaktoren (Boden, Kapital, Humankapital) besitzt, hat c.p. mehr daraus abgeleitete Zwischengüter
- Politische Diskussion bzgl. Reduktion von Ungleichheit
  - Abschaffung des Privateigentums
    - Allerdings können nur „soziale Güter“ sozialisiert werden
  - Gleichverteilung der Produktionsfaktoren
    - Garantiert aber nicht, dass daraus nicht wieder Ungleichheit entsteht



LUDWIG-  
MAXIMILIANS-  
UNIVERSITÄT  
MÜNCHEN

# KAPITEL 4

## Messung sozialer Ungleichheit

Josef Brüderl  
Soziale Ungleichheit



# Einkommen

- Einkommen ist die am meisten erforschte Ungleichheitsdimension
- Einkommensarten
  - Erwerbseinkommen
    - Aus nicht-selbständiger Arbeit
    - Aus Unternehmertätigkeit
  - Kapitaleinkommen (Immobilien, Geldvermögen, Betriebsvermögen)
    - Mieteinnahmen, Zinsen, Dividenden
  - Transfereinkommen
    - Öffentliche Quelle: Kindergeld, BAföG, Arbeitslosengeld, Sozialhilfe, Rente, etc.
    - Nicht-öffentliche Quelle: Unterhaltszahlung, Betriebsrente

# Einkommenskonzepte

- Analyseeinheit ist der Haushalt: Haushaltseinkommen
  - Annahme: alle partizipieren nach Bedarf
- Ungleichheit vor staatlichem Eingriff
  - Markteinkommen = Erwerbseinkommen + Kapitaleinkommen
- Ungleichheit nach staatlichem Eingriff
  - Verfügbares Einkommen =  
Markteinkommen + Transfereinkommen  
- direkte Steuern - Sozialbeiträge
  - Nettoeinkommen =  
Erwerbseinkommen + Transfereinkommen  
- direkte Steuern - Sozialbeiträge
- Idealerweise basieren Ungleichheitsanalysen auf dem verfügbaren Einkommen, denn genau dieses kann für die Produktion von Wohlfahrt eingesetzt werden
  - In vielen Datensätzen ist aber nur das Nettoeinkommen verfügbar

# Äquivalenzeinkommen I

- Für Ungleichheitsanalysen kann man nicht einfach das Haushaltseinkommen benutzen
  - Man muss die unterschiedlichen Bedarfe berücksichtigen
  - Das macht das sogenannte „Äquivalenzeinkommen“
- Berechnung des Äquivalenzeinkommens
  - Bedarfsgewichtung nach Haushaltsgröße und -zusammensetzung
    - Wegen ökonomischer Vorteile von größeren Haushalten („economies of scale“)
    - Wegen geringerem Bedarf von Kindern
  - Die Bedarfsgewichte werden in sogenannten „Äquivalenzskalen“ festgelegt
  - Das Äquivalenzeinkommen ergibt sich dann:

$$\text{Nettoäquivalenzeinkommen} = \frac{\text{Haushaltsnettoeinkommen}}{\text{Summe der Bedarfsgewichte}}$$

# Äquivalenzeinkommen II

- Verschiedene solche „Äquivalenzskalen“ sind im Gebrauch
  - Naive Skala: jedes HHmitglied hat Bedarfsgewicht 1
  - Meistens: Bedarfsgewichte nach OECD-Skala

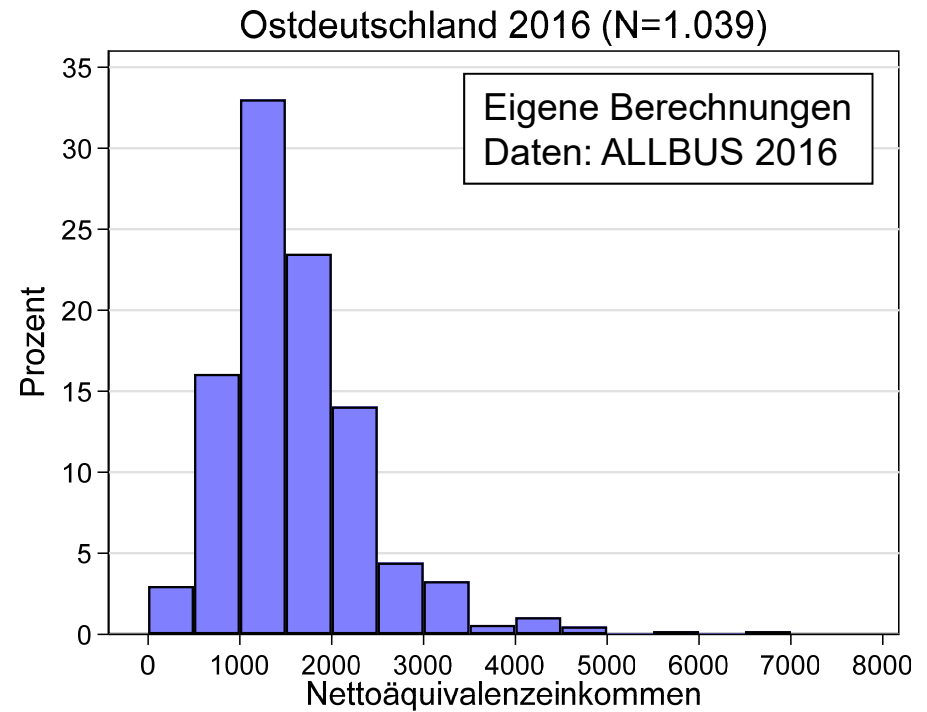
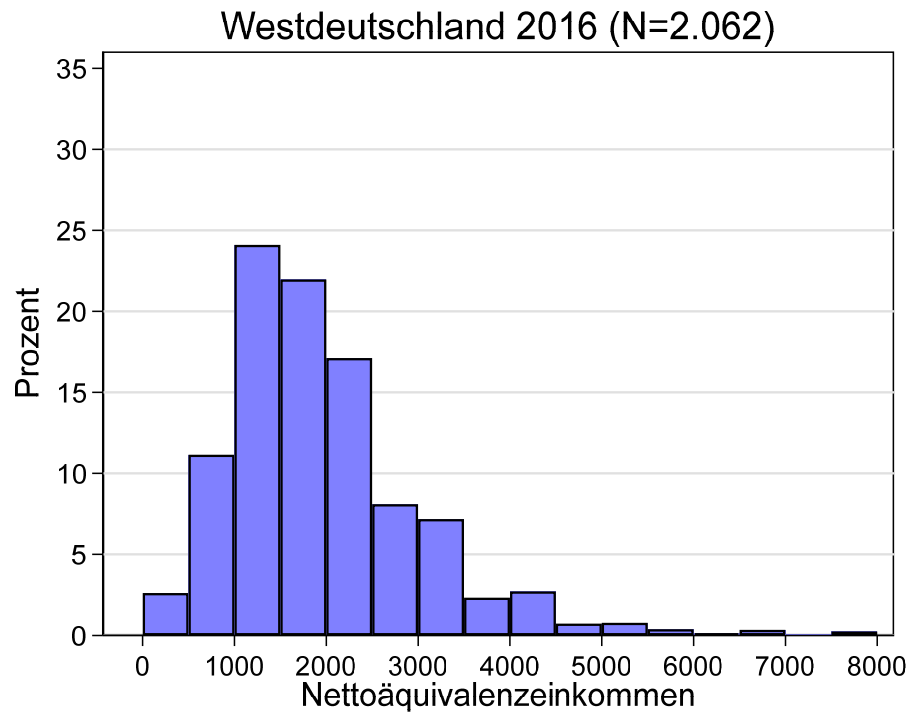
	Alte OECD-Skala	Modifizierte OECD-Skala
1. Erwachsener	1	1
Weitere Erwachsene	0,7	0,5
Kinder unter 16	0,5	0,3

- Beispiel: HH mit 3000 Euro, zwei Erwachsene, drei Kinder

	$\Sigma$ Bedarfsgewichte	Äquivalenzeinkommen
Naive Skala	5	600
Alte OECD-Skala	$1 + 0,7 + 3 \cdot 0,5 = 3,2$	938
Mod. OECD-Skala	$1 + 0,5 + 3 \cdot 0,3 = 2,4$	1.250

- Interpretation (mod. OECD-Skala): Jede Person in dem Fünf-Personen HH hat ein Wohlbefinden äquivalent zu 1.250 €
  - Oder: ein Ein-Personen-HH mit 1.250 € hat das gleiche Wohlbefinden

# Einkommensverteilung in Deutschland 2016



- West: Mittel = 1.943, Median = 1.733
- Ost: Mittel = 1.589, Median = 1.444
- Die Einkommensverteilung ist typischerweise „rechtsschief“
- „Mittelschichtsgesellschaft“ (bspw. im Westen)
  - Ca. 15% der Befragten liegen unter 1000 EUR
  - Ca. 70% der Befragten liegen im Bereich 1000 bis unter 3000 EUR
  - Ca. 10 % der Befragten liegen über 3000 EUR

# Quantile

- Ein  $p$ -Quantil,  $p \in [0,1]$ , teilt die Daten in zwei Teile, so dass mindestens ein Anteil  $p$  der Daten kleiner / gleich und ein Anteil  $1-p$  grösser/ gleich dem  $p$ -Quantils-Wert  $x_p$  ist.

- $x_{0.01}$ : Perzentil
- $x_{0.10}$ : Dezil
- $x_{0.20}$ : Quintil
- $x_{0.25}$ : Quartil

Quartils-Ratio:

$$\frac{x_{0.75}}{x_{0.25}}$$

- Oft werden mit den Quantilen nicht die Werte bezeichnet, sondern die entsprechenden Abschnitte der Einkommensvert.
- Man kann für solche Quantils-Abschnitte dann auch den Anteil am gesamten Einkommen berechnen (Share)

Top-10% Share:

$$S_{0.90}$$

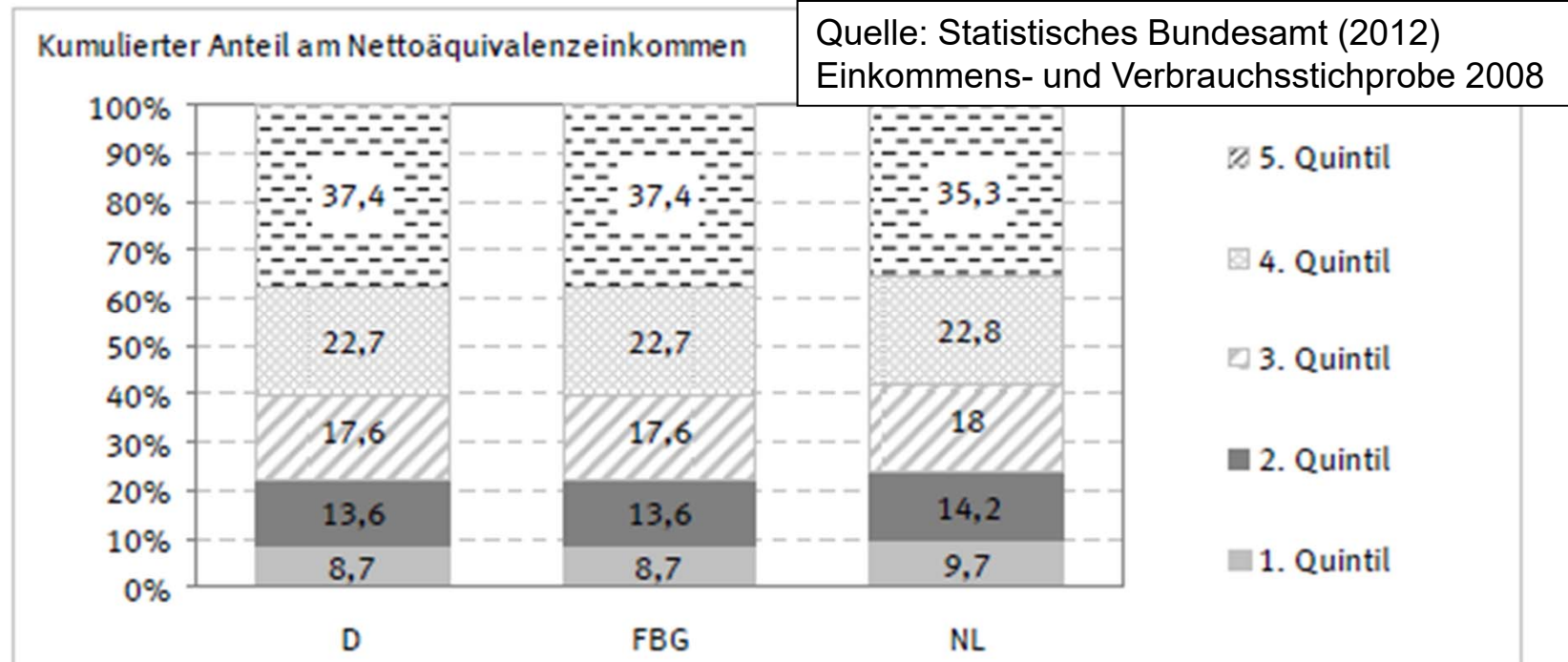
S80/S20-Ratio:

$$\frac{S_{0.80}}{S_{0.20}}$$



# Quantilsanteilsverhältnisse

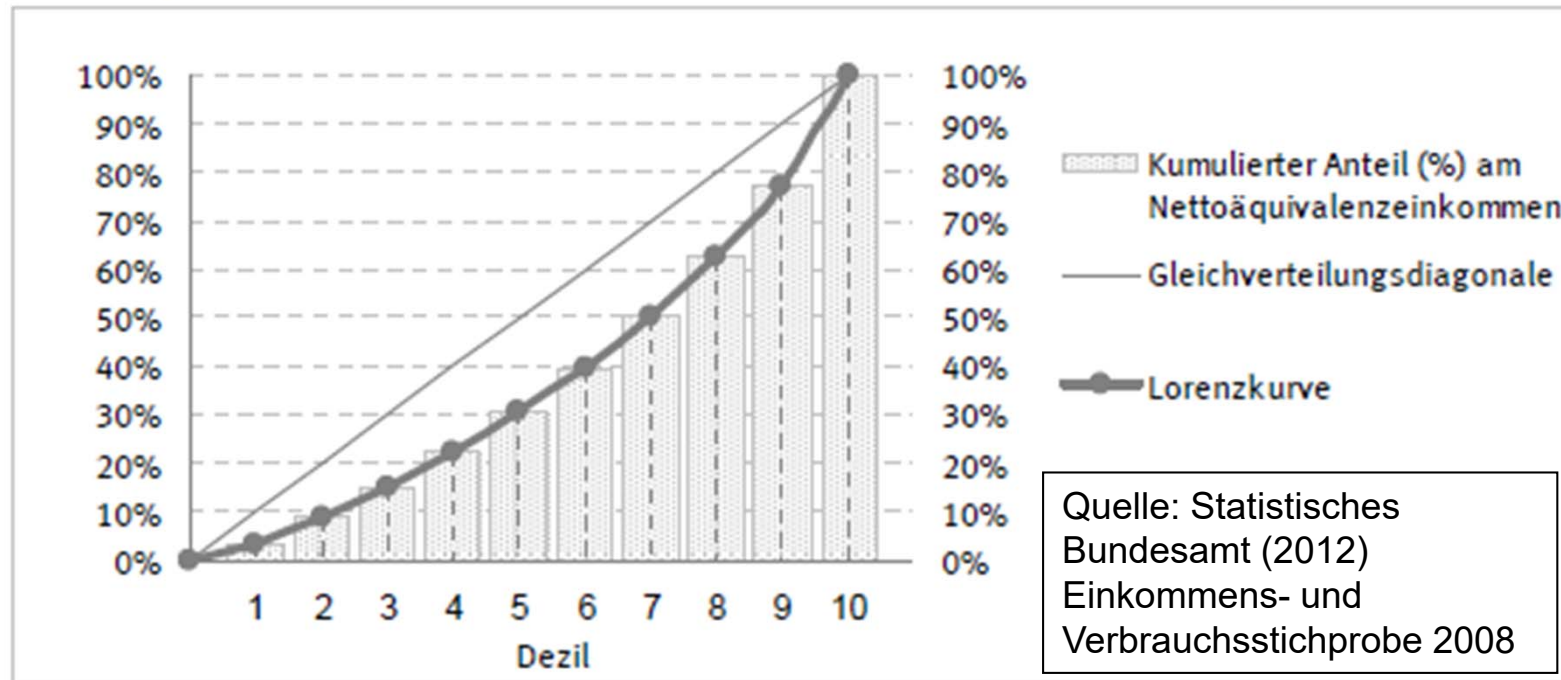
Abbildung 7: Quintilsanteile am Nettoäquivalenzeinkommen 2008 nach Gebietsstand



- Quintil: 20 % der Bevölkerung
  - 1. Quintil (unteres Quintil): die 20 % Einkommensschwächsten
  - 5. Quintil (oberes Quintil): die 20 % Einkommensstärksten
- Quintilsanteilsverhältnis (S80/S20-Rate):  $\frac{37,4}{8,7} = 4,3$ 
  - Das obere Quintil verdient 4,3-mal so viel wie das untere Quintil

# Einkommensungleichheit: die Lorenzkurve

Abbildung 6: Verteilung des Nettoäquivalenzeinkommens 2008 (Lorenzkurve)



- X-Achse: kumulierter Anteil der nach ihrem Einkommen geordneten Personen (in Dezilen, jeweils 10 % der Bevölkerung)
- Y-Achse: kumulierter Anteil am Gesamtäquivalenzeinkommen
- Ablesebeispiel: die untere Hälfte hat nur etwa 30% des Einkommens
- Je weiter die Kurve von der Gleichverteilungsdiagonale abweicht, desto größer ist die Ungleichheit

# Maßzahl: Der Gini-Koeffizient

- Der Gini-Koeffizient (G) ist definiert als
  - $G_1$ : Fläche zwischen Gleichverteilungsdiagonale und Lorenzkurve dividiert durch Gesamtfläche unter der Gleichverteilungsdiagonale

$$G_1 = \frac{1/2 - \sum_{i=1}^{10} \left( \frac{(L_i + L_{i-1})}{2} \frac{1}{10} \right)}{1/2} = 1 - \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (L_i + L_{i-1})$$

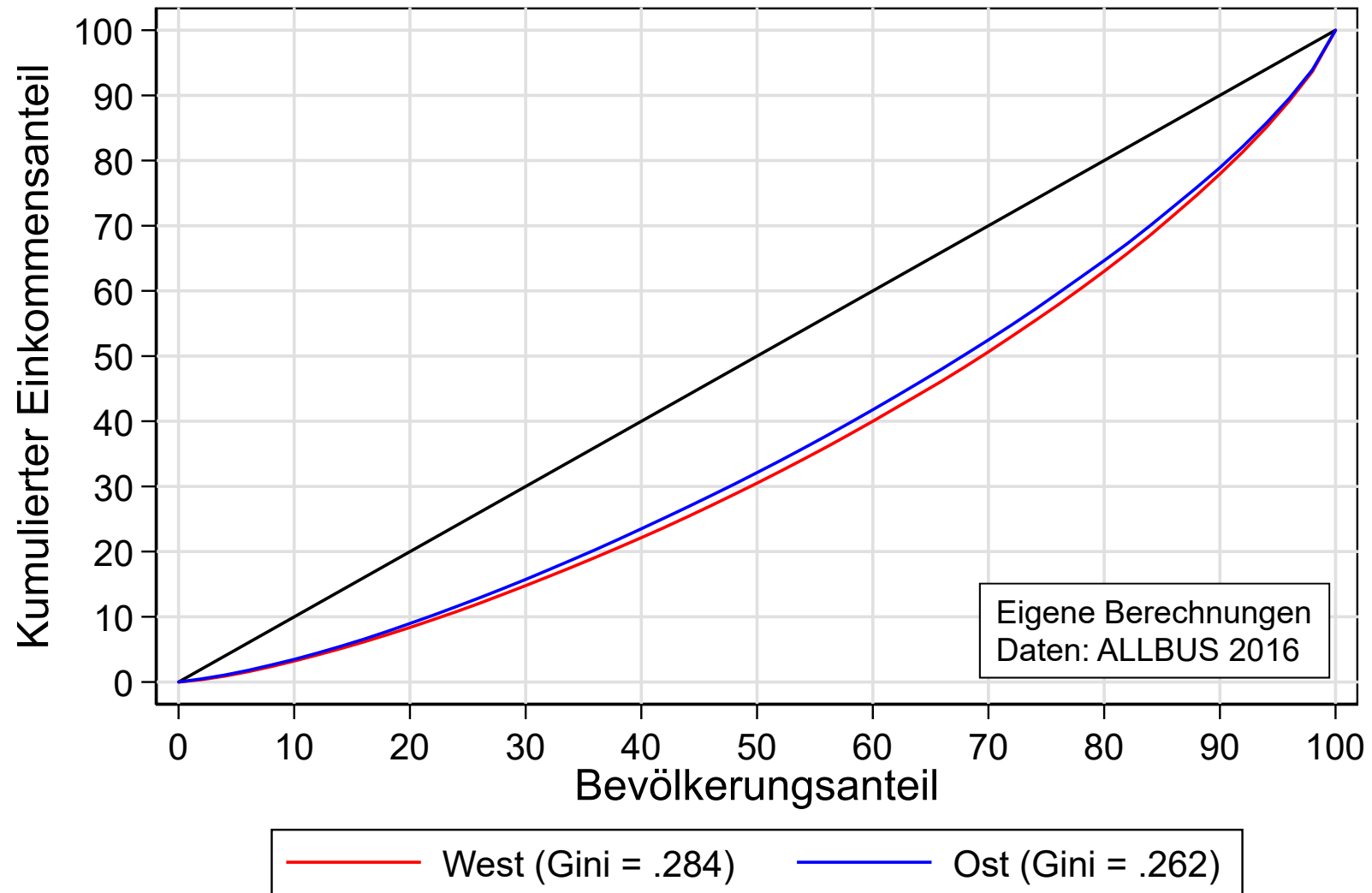
- $L_i$  Wert der Lorenzkurve am Ende eines Dezils,  $L_{i-1}$  am Anfang
- $G_3$ : mittlere, normierte absolute Differenz aller Einkommenspaare

$$G_3 = \frac{1}{2} \frac{\sum_i \sum_j |y_i - y_j| / N^2}{\mu}$$

- $N^2$  Einkommenspaare,  $\mu$  Einkommensmittelwert
- $G = 0$ : Gleichverteilung (jeder hat gleich viel)
- $G = 1$ : maximale Ungleichheit (einer hat alles)

# Einkommensungleichheit in D 2016

## Lorenzkurven Deutschland 2016

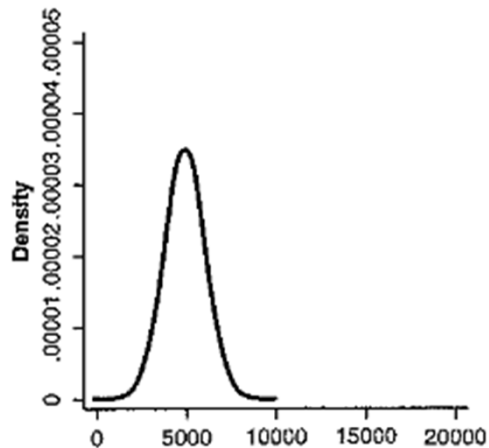


# Diskussionsfrage

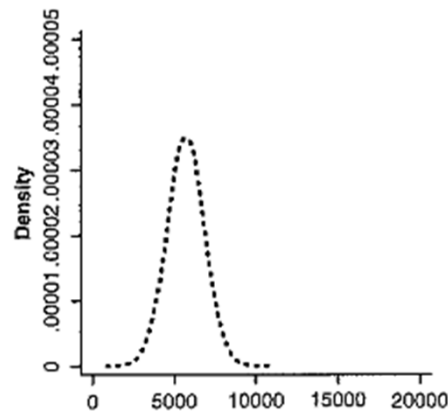
Was passiert mit Quartils-Ratio bzw. Gini-Koeffizienten in einer Gesellschaft mit 1000 Einwohnern wenn ceteris paribus...

- a) alle Einwohner 100 Euro geschenkt bekommen
- b) sich die Varianz erhöht (z.B. weil alle das 1,5-fache Einkommen erhalten)

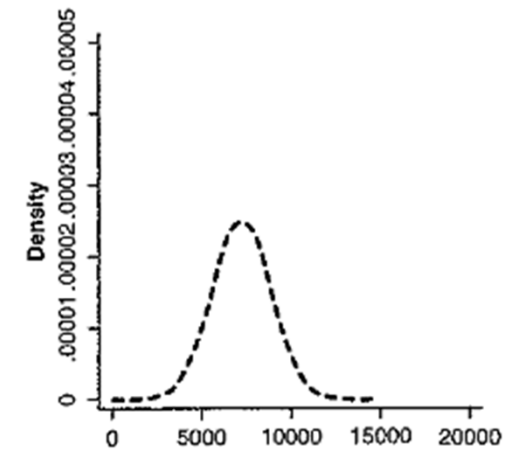
Ausgangslage



a)

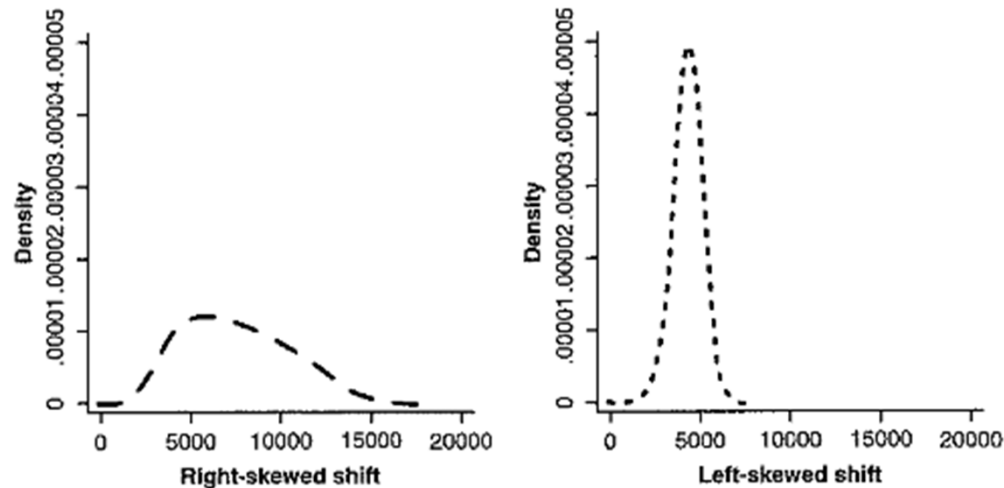


b)



# Diskussionsfrage

c) die Verteilung schiefer wird



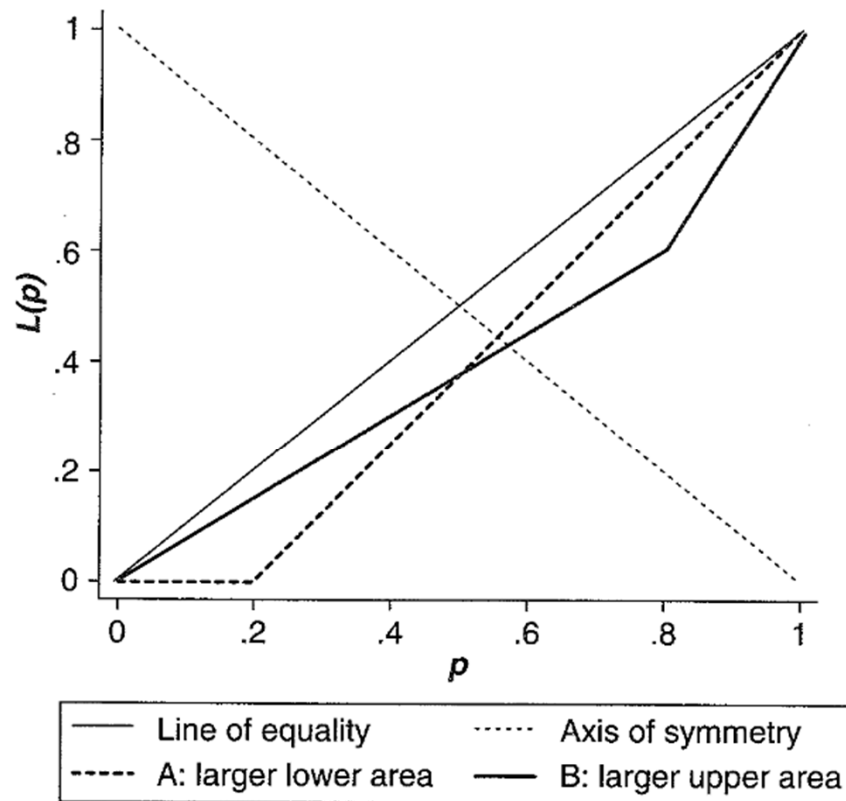
- d) der reichste Einwohner dem ärmsten 100 Euro schenkt.
- e) der Einwohner mit Medianeinkommen dem Einwohner mit einem Einkommen gemäß dem 40%-Quantil 100 Euro schenkt
- f) sich die Bevölkerungsanzahl verdoppelt

# Eigenschaften von Ungleichheitsmaßen

	Quartilsratio	Gini
a) Alle bekommen 100€ ( <i>location shift</i> )	↓	↓
b) ↑ Varianz ( <i>scale shift</i> )	=	=
b) Alle \$ statt € ( <i>scale shift</i> )	=	=
b) Alle doppeltes Eink. ( <i>scale shift</i> )	=	=
c) ↑ Schiefe (rechtsschief)	↑ oder =	↑
c) ↑ Schiefe (linksschief)	↓ oder =	↓
d) Reichster Einw. 100 € → ärmsten	↓ oder =	↓
e) Einw. mit $x_{0.5}$ 100 € → Einw. mit $x_{0.4}$	=	↓
f) Bevölkerungszahl verdoppelt sich	=	=

# „Lorenz Intersection“

- Verschiedene Ungleichheitsmuster können den gleichen Gini-Koeffizienten haben (dies ist z.B. bei symmetrisch gespiegelten Lorenzkurven der Fall). Die Verteilungen lassen sich dann nicht mehr in einer Rangordnung hinsichtlich der Ungleichheit bringen



Quelle: Hao/Naiman: 61

Figure 4.2 Lorenz Intersection: Hypothetical Data



# Weitere Maße & abschließende Bemerkungen

- Gebräuchlich sind neben Gini-Koeffizienten insbesondere Theil-Indizes und das Maß von Atkinson (J. Berger, Kap. 6 und 7)
  - Sie zeigen eine Reihe von wünschenswerten Eigenschaften, wie etwa Unabhängigkeit von der Währung (scale invariance) und „location shifts“ oder Zunahmen der Bevölkerungszahlen
  - Hinzu kommt die Möglichkeit der Dekomposition
  - Beide Maße sind abhängig von Parametern
    - Der  $\alpha$ -Parameter bei den Theil-Indizes bestimmt, wie stark Veränderungen im unteren Ende der Verteilung gewichtet werden
    - Der  $\varepsilon$ -Parameter bei Atkinson's Maß bestimmt, wie stark die „Intoleranz für Ungleichheiten“ ist (Ableitung aus Wohlfahrtsfunktionen)
- Ergebnisse können sich durchaus unterscheiden
  - Deskriptiv („Welches Ausmaß der Ungleichheit“):  
verwende verschiedene Maße
  - Normativ („Welche Gesellschaft ist besser?“ „Hat sich Ungleichheit verschlimmert“): normative Setzungen durch Parameterwahl nötig